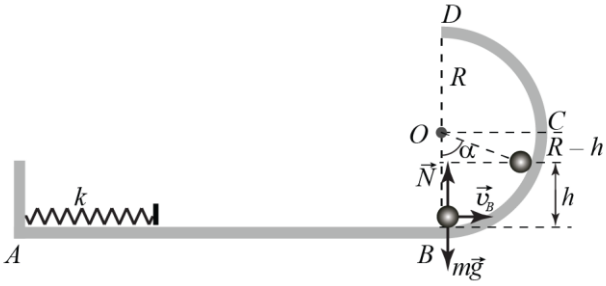
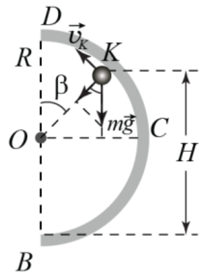
Problema 10.2

	Soluție	
a)	Pentru înțelegerea faptului că imediat după trecerea bilei de punctul B ea va avea accelerația centripetă $a_c = \dfrac{\upsilon_B^2}{R}$ **(0.25 p.)**  Pentru determinarea forței de reacțiune normală N_B în punctul inferior al porțiunii semicirculare BCD folosind legea a doua a lui Newton: $N_B - mg = \dfrac{m\upsilon_B^2}{R} \Rightarrow N_B = m\left(g + \dfrac{\upsilon_B^2}{R}\right)$ (1) **(0.5 p.)** Pentru determinarea vitezei υ_B, aplicând legea conservării energiei în punctul inițial, când resortul era comprimat cu x și în punctul B: $\dfrac{kx^2}{2} = \dfrac{m\upsilon_B^2}{2} \Rightarrow \upsilon_B = \sqrt{\dfrac{k}{m}}x$ (2) **(0.5 p.)** Pentru determinarea din (1) și (2) a forței de reacțiune normală N_B $N_B = m\left(g + \dfrac{\upsilon_B^2}{R}\right) = mg + \dfrac{kx^2}{R} = 0{,}1 \cdot 10 + \dfrac{400 \cdot 16 \cdot 10^{-4}}{0{,}5} = 2{,}28\ \text{N}$ **(0.5 p.)** Pentru obținerea din figură a unghiului α: $\cos\alpha = \dfrac{R-h}{R} \Rightarrow \alpha = \arccos\left(1 - \dfrac{h}{R}\right)$ (3) **(0.25 p.)** Pentru determinarea înălțimii h folosind legea conservării energiei în stările inițială (punctul B) și finală, în care bila se oprește: $0 + \dfrac{m\upsilon_B^2}{2} = mgh + 0 \Rightarrow h = \dfrac{\upsilon_B^2}{2g} = \dfrac{kx^2}{2mg}$ (4) **(0.5 p.)** Pentru determinarea unghiului din (3) și (4): $\alpha = \arccos\left(1 - \dfrac{kx^2}{2mgR}\right) = \arccos\left(1 - \dfrac{400 \cdot 16 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 0{,}1 \cdot 10 \cdot 0{,}5}\right) \approx 69^\circ$ **(0.5 p.)**	**3.0 p.**
b)	Pentru aplicarea legii conservării energiei în stările inițială când resortul este comprimat și finală în punctul B în care bila obține viteza minimă necesară pentru a ajunge în punctul D: $\dfrac{kx_{\min}^2}{2} = \dfrac{m\upsilon_{B,\min}^2}{2} \Rightarrow x_{\min} = \sqrt{\dfrac{m}{k}}\upsilon_{B,\min}$ (5) **(0.5 p.)** Pentru determinarea vitezei minime în punctul B folosind legea conservării energiei pentru stările din B și D și legea a doua a lui Newton în punctul superior D în care forța de reacțiune normală în acest caz este egală cu zero: $\dfrac{m\upsilon_{B,\min}^2}{2} = \dfrac{m\upsilon_D^2}{2} + mg \cdot 2R$ **(0.5 p.)** $mg = \dfrac{m\upsilon_D^2}{R}$ **(0.5 p.)** $\Rightarrow$ $\Rightarrow \upsilon_{B,\min}^2 = \upsilon_D^2 + 4gR = gR + 4gR = 5gR \Rightarrow \upsilon_{B,\min} = \sqrt{5gR}$ (6) **(1.0 p.)** Pentru obținerea din (5) și (6): $x_{\min} = \sqrt{\dfrac{5mgR}{k}} = \sqrt{\dfrac{5 \cdot 0{,}1 \cdot 10 \cdot 0{,}5}{400}} \approx 0{,}08\ \text{m} = 8\ \text{cm}$. **(0.5 p.)**	**3.0 p.**
c)	Pentru aplicarea legii a doua a lui Newton în cazul bilei aflate în punctul C: $N_C = \dfrac{m\upsilon_C^2}{R}$ (7) **(0.5 p.)**  Pentru determinarea pătratului vitezei bilei în punctul C aplicând legea conservării energiei pentru stările din pozițiile B și C și folosind relația (2) în care $x = 0{,}8x_{\min}$: $\dfrac{m\upsilon_B^2}{2} = \dfrac{m\upsilon_C^2}{2} + mg \cdot R \Rightarrow \upsilon_C^2 = \dfrac{k}{m}x^2 - 2gR \Rightarrow \upsilon_C^2 = \dfrac{0{,}64k}{m}x_{\min}^2 - 2gR$ (8) **(1.0 p.)** Pentru obținerea din (7) și (8) a forței de reacțiune normală în punctul C: $N_C = \dfrac{0{,}64k}{R}x_{\min}^2 - 2mg = \dfrac{0{,}64 \cdot 400}{0{,}5} 64 \cdot 10^{-4} - 2 \cdot 0{,}1 \cdot 10 \approx 1{,}3\,\text{N}$ **(0.5 p.)** Pentru obținerea din figură a înălțimii maxime la care se ridică bila pe suprafața semicirculară	**4.0 p.**

	$H = R(1+\cos\beta)$ (9) **(0.5 p.)** Pentru înțelegerea că la înălțimea maximă forța de reacțiune este nulă (bila se desprinde de suprafață) și determinarea vitezei bilei în acest punct din legea a doua a lui Newton folosind (9): $mg\cos\beta = \frac{mv_K^2}{R} \Rightarrow v_K^2 = gR\cos\beta \Rightarrow v_K^2 = gR\cdot\frac{H-R}{R} \Rightarrow v_K^2 = g(H-R)$ (10) **(0.5 p.)** Pentru legea conservării energiei în stările din pozițiile B și K și determinarea înălțimii maxime H folosind (10): $\frac{mv_B^2}{2} = \frac{mv_K^2}{2} + mgH \Rightarrow v_B^2 = v_K^2 + 2gH \Rightarrow v_B^2 = g(3H-R)$ **(0.5 p.)** $\Rightarrow$ $\Rightarrow H = \frac{1}{3}\left(\frac{0,64k}{mg}x_{\min}^2 + R\right) = \frac{1}{3}\left(\frac{0,64\cdot 400}{0,1\cdot 10}\cdot 64\cdot 10^{-4} + 0,5\right) \approx 0,7\,\text{m}$ **(0.5 p.)**	
	Total max	**10.0 p.**